文科数学 寒假作业（五）参考答案

1．B【解析】由题意可知$M \cap N = \{-1,0,1\}$

2．A【解析】∵某校高一（1）班有男、女学生共50人，其中男生20人
∴男女生的比例为$20:30 = 2:3$，
∵用分层抽样的方法，从该班学生中随机选取15人参加某项活动
∴男生的人数为$15\times\dfrac{2}{2+3}=6$，女生的人数为$15-6=9$

3．A【解析】由给出的折线图，A．在2014年7月份为接待游客的最大值，后月有增有减，A错误；
B．由图像整体为向上，则年接待游客量逐年增加，正确。 C．分别看2014,2015,2016年份最大值都在7或8月，正确。D．由图像观察，符合判断，正确。故选A
【考点解读】本题考查了函数的图象的具体运用，体会函数图像的实际应用。为基础题。

4．A【解析】由于圆心C（O，O）到直线$\sqrt{3}x+\sqrt{3}y=4$的距离为$\dfrac{4}{\sqrt{3+3}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{6}\ <r=2$，

所以直线与圆相交

5．D【解析】函数的周期为$2k\pi$，当$k=-1$时，周期$T=-2\pi$，故A正确，

B．当$x=\dfrac{8\pi}{3}$时，$\cos$（$x+\dfrac{\pi}{3}$）$=\cos$（$\dfrac{8\pi}{3}+\dfrac{\pi}{3}$）$=\cos3\pi=-1$为最小值，此时$y=f$（$x$）的图象关于直线$x=\dfrac{8\pi}{3}$对称，故$B$正确，$C$当$x=\dfrac{\pi}{6}$时，$f$（$\dfrac{\pi}{6}+\pi$）$=\cos$（$\dfrac{\pi}{6}+\pi+\dfrac{\pi}{3}$）$=\cos\dfrac{3\pi}{2}=0$，则$f$（$x+\pi$）的一个零点为$x=\dfrac{\pi}{6}$，故$C$正确，

D．当$\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$时，$\dfrac{5\pi}{6}<x+\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{4\pi}{3}$，此时函数$f$（$x$）不是单调函数，故$D$错误，

故选：D

6．B【解析】$S_{21}=21a_{11}=63$，所以$a_{11}=3$，

所以$a_7+a_{11}+a_{15}=3a_{11}=9$，故选$B$。

7．D【解析】易知，原图是三棱锥，所以$V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{2}\times3=\dfrac{3}{2}$，故选$D$。

8．D【解析】A.垂直于同一条直线的两条直线，可能是互相垂直的，比如墙角模型。故不正确。

B.平行于同一个平面的两条直线可以是平行的，垂直的，共面异面都有可能。故不正确。

C.直线b有可能在平面α内。故不正确。

D.垂直于同一条直线的两个平面是平行的。正确。故答案为：D。

9. B【解析】∵A+B+C=π　∴C=π - A - B　∵sinC=2cosAsinB　∴sin（A+B）$=2\sin A\cos B$　∴sinAcosB+cosAsinB=$2\sin A\cos B$ ∴sin（A - B）=0　∵A，B 是△ABC 的内角∴A=B　∴△ABC 的形状是等腰三角形

10．B【解析】 模拟执行程序框图，可得 $x=1, y=2, z=2$，满足条件 $z<20, x=2, y=2, z=4$；

满足条件 $z<20, x=2, y=4, z=8$；满足条件 $z<20, x=4, y=8, z=3$；不满足条件 $z<20$，推出循环，输出 z 的值为32，故选 B.

11. A【解析】∵ $MG=2GN$，M，N 分别是边OA，CB 的中点，

$\therefore \overline{OG}=\overline{OM}+\overline{MG}=\overline{OM}+\frac{2}{3}\overline{MN}=\overline{OM}+\frac{2}{3}\left(\overline{MO}+\overline{OC}+\overline{CN}\right)=\frac{1}{3}\overline{OM}+\frac{2}{3}\overline{OC}+\frac{1}{3}\left(\overline{OB}-\overline{OC}\right)$

$=\frac{1}{6}\overline{OA}+\frac{1}{3}\overline{OB}+\frac{1}{3}\overline{OC}.$

12. D【解析】由$\left\{\begin{array}{l} x=a \\ y=\frac{b}{a}x \end{array}\right.$，解得点 $A(a,b)$，又 $F(c,0)$，则 AF 的中点坐标为$\left(\frac{a+c}{2},\frac{b}{2}\right)$，

于是 $\frac{(a+c)^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4b^2}=1, (a+c)^2=5a^2$，　$c^2+2ac-4a^2=0$，则 $e^2+2e-4=0$，解得 $e=-1+\sqrt{5}$ 或 $e=-1-\sqrt{5}$（舍去），故选 D.

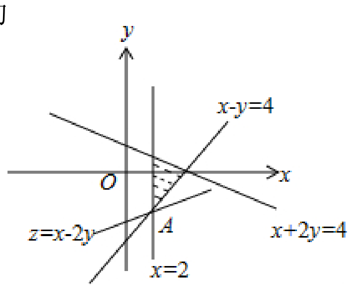
13. $\exists x_0 \in \mathrm{R}, 2x_0 \le 0$【解析】根据全称命题的否定的概念，可知$\neg p$ 为$\exists x_0 \in$R,$2x_0 \le 0$.

14. 6【解析】由约束条件$\left\{\begin{array}{l} x-y\le 4 \\ x+2y\le 4 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$。作出可行域如图，联立$\left\{\begin{array}{l} x=2 \\ x-y=4 \end{array}\right.$，解得 $A(2,-2)$，

化目标函数 $z=x-2y$ 为 $y=\frac{x}{2}-\frac{z}{2}$，

由图可知，当直线 $y=\frac{x}{2}-\frac{z}{2}$，过点 $A(2,-2)$ 时，直线在 y 轴上的截距最小，　z 有最大值为 6.

故答案为：6.

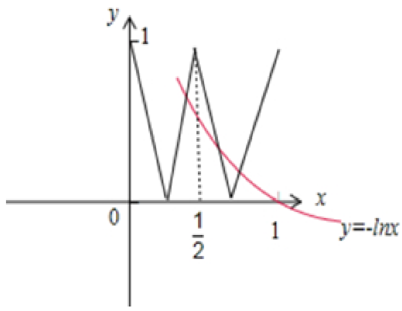


15. $(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$

【解析】由题设有$\left|2x-1\right|>5$，解得$x\in(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$，填$(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$.

16．3【解析】因为$g(x)=\begin{cases}\left|4x-1\right|+lnx & 0<x\le\frac{1}{2}\\ \left|4x-3\right|+lnx & \frac{1}{2}<x<1\end{cases}$，$g(x)=0$可转化为：$x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$，

函数$y=\left|4x-1\right|$与$y=-\ln x$以及$x\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，函数$y=\left|4x-3\right|$与$y=-\ln x$交点的个数；作出函数图象如图:



由函数图象可知零点个数为3个.

三、解答题

17.解：（1）由已知得　$\tan A=-\sqrt{3}$，所以$A=\frac{2\pi}{3}$　在$\triangle ABC$中，由余弦定理得

$28=4+c^2-4c\cos\frac{2\pi}{3}$，即$c^2+2c-24=0$

解得$c=-6$（舍去），c=4

（2）有题设可得$\angle CAD=\frac{\pi}{2}$，所以$\angle BAD=\angle BAC-\angle CAD=\frac{\pi}{6}$

故△ABD面积与△ACD面积的比值为$\dfrac{\frac{1}{2}AB\bullet AD\bullet\sin\frac{\pi}{6}}{\frac{1}{2}AC\bullet AD}=1$

又△ABC的面积为$\frac{1}{2}\times 4\times 2\sin\angle BAC=2\sqrt{3}$，所以$\Delta ABD$的面积为$\sqrt{3}$.

18.（1）3,2,1；（2）$\frac{7}{10}$.

【解析】试题分析：（1）先分别求出这3组的人数，再利用分层抽样的方法即可得出答案；（2）从5名志愿者中抽取2名志愿者有10种情况，其中第4组的2名志愿者B_1，B_2至少有一名志愿者被抽中有7种情况，再利用古典概型的概率计算公式即可得出.

试题解析：（1） 第 3 组的人数为 0.3×100=30，第 4 组的人数为 0.2×100=20，第 5 组的人数为 0.1×100=10．

∵第 3，4，5 组共有 60 名志愿者

∴利用分层抽样的方法在 60 名志愿者中抽取 6 名志愿者，每组抽取的人数分别为：第 3 组：$\frac{30}{60}\times 6=3$；第 4 组： $\frac{20}{60}\times 6=2$；第 5 组： $\frac{10}{60}\times 6=1$．

∴应从第 3，4，5 组中分别抽取 3 人，2 人，1 人

（2）解： 记第 3 组的 3 名志愿者为 A_1， A_2， A_3，第 4 组的 2 名志愿者为 B_1， B_2，

则从 5 名志愿者中抽取 2 名志愿者有：（A_1， A_2），（A_1， A_3），（A_1， B_1），（A_1， B_2），（A_2， A_3），（A_2， B_1），（A_2， B_2），（A_3， B_1），（A_3， B_2），（B_1， B_2）共有 10 种．

其中第 4 组的 2 名志愿者 B_1， B_2 至少有一名志愿者被抽中的有：（A_1， B_1），（A_1， B_2），（A_2， B_1），（A_2， B_2），（A_3， B_1），（A_3， B_2），（B_1， B_2）共有 7 种

所以第 4 组至少有一名志愿者被抽中的概率为 $\frac{7}{10}$

19.【解析】试题分析：（1）对题设中的递推关系变形为 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}=\frac{a_n}{2^n}+\frac{1}{2}$，从而得到一个新的等差数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$，其通项为 $\frac{a_n}{2^n}=\frac{n}{2}$，由此得 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$．（2）利用错位相减法求 S_n．

解析：(1) 由 $a_{n+1}=2a_n+2^n\left(n\in N^*\right)$ ，等式两端同时除以 2^{n+1} 到

$\therefore \frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}=\frac{a_n}{2^n}+\frac{1}{2}$，即 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2}$ ，

(2) $\because \frac{a_1}{2^1}=\frac{1}{2}$，∴数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 是首项为 $\frac{1}{2}$，公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列,

$\therefore \frac{a_n}{2^n}=\frac{1}{2}+\left(n-1\right)\frac{1}{2}=\frac{n}{2}$， $\therefore a_n=n\cdot 2^{n-1}$，∴数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和:

$S_n=1\cdot 2^0+2\cdot 2^1+3\cdot 2^2+\ldots+n\cdot 2^{n-1}$

$2S_n=1\cdot 2^1+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3\ldots+n\cdot 2^n$

② - ①, 得:

$S_n=-\left(2^0+2^1+2^2+\ldots 2^{n-1}\right)+n\cdot 2^n$，即 $S_n=1+\left(n-1\right)2^n$．

20.（1） 试题分析：（1）由中位线定理易得 $OF \parallel DE$，即可证得结论；

（2）由 $EC\perp BD$， $AC\perp BD$ 易得 $BD\perp$ 平面 ACE，进而可证得结论；

（3）利用中位线定理得： $FG \perp$ 底面 $ABCD$ ，利用 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\times FG$ 求体积即可.

试题解析：

（1）连接 OF ，由 $ABCD$ 是正方形可知，点 O 为 BD 中点，又 F 为 BE 的中点，

$\therefore OF \parallel DE$.

又 $OF \subseteq$ 面 ACF ， $DE \not\subset$ 平面 ACF $\therefore DE \parallel$ 平面 ACF

（2）由 $EC \perp$ 底面 $ABCD$ ， $BD \subseteq$ 底面 $ABCD$ ，$\therefore EC \perp BD$ ，由 $ABCD$ 是正方形可知， $AC \perp BD$ ，又 $AC \cap EC = C$ ， AC 、$E \subset$ 平面 ACE ，$\therefore BD \perp$ 平面 ACE ,又 $AE \subset$ 平面 ACE ，$\therefore BD \perp AE$

（3）取 BC 中 G ，连结 FG ，在四棱锥 $E-ABCD$ 中， $EC \perp$ 底面 $ABCD$ ，

$\because FG$ 是 $\triangle BCE$ 的中位线，$\therefore FG \perp$ 底面 $ABCD$

$\because AB=\sqrt{2}CE=4$ ，$\therefore FG=\frac{1}{2}EC=\sqrt{2}$ ，

$\therefore V=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\times FG=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 16\times\sqrt{2}=\frac{8}{3}\sqrt{2}$.

21.14．(1) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ (2) 直线过定点($\frac{2}{7}$，0)

【解析】试题分析：(Ⅰ) 由 $e=\frac{1}{2}$ 可得 $\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，利用 $a^2=b^2+c^2$，把点(1， $\frac{3}{2}$)代入椭圆方程，即可得出椭圆 C 的标准方程；(Ⅱ) 设 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，联立 $\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ ，得到根与系数的关系，利用 $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=0$ ，得到 $k_{AD}\cdot k_{BD}=-1$，即可得出结论.

试题解析：(Ⅰ)由题意椭圆的离心率 $e=\frac{1}{2}$.

$\therefore \frac{c}{a}=\frac{1}{2}$

$\therefore a=2c$

$\therefore b^2=a^2-c^2=3c^2$ $\therefore$ 椭圆方程为 $\frac{x^2}{4c^2}+\frac{y^2}{3c^2}=1$ 又 $\because$ 点(1， $\frac{3}{2}$)在椭圆上 $\therefore \frac{1}{4c^2}+\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{3c^2}=1$

$\therefore c^2=1$ $\therefore$ 椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

(Ⅱ)设 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，由 $\begin{cases} y=kx+m \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2+8mkx+4(m^2-3)=0$，

$\Delta=64m^2k^2-16(3+4k^2)(m^2-3)>0, 3+4k^2-m^2>0$，则 $x_1+x_2=-\frac{8mk}{3+4k^2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{4\left(m^2-3\right)}{3+4k^2}$

$\therefore y_1\cdot y_2=(kx_1+m)\cdot(kx_2+m)=k^2x_1x_2+mk(x_1+x_2)+m^2=\frac{3\left(m^2-4k^2\right)}{3+4k^2}$

$\because \overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=0$ $\therefore k_{AD}\cdot k_{BD}=-1$ 又$\because$椭圆的右顶点 $D(2,0)$，

$\therefore \frac{y_1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2}{x_2-2}=-1$，则 $y_1y_2+x_1x_2-2(x_1+x_2)+4=0$

$\frac{3\left(m^2-4k^2\right)}{3+4k^2}+\frac{4\left(m^2-3\right)}{3+4k^2}+\frac{16mk}{3+4k^2}+4=0$，$7m^2+16mk+4k^2=0$，解得

$m_1=-2k$，$m_2=-\frac{2k}{7}$，且满足 $3+4k^2-m^2>0$

当 $m=-2k$ 时，l：$y=k(x-2)$，直线过定点$(2,0)$与已知矛盾；

当 $m=-\frac{2k}{7}$ 时，l：$y=k(x-\frac{2}{7})$，直线过定点$(\frac{2}{7}，0)$.

综上可知，直线 l 过定点，定点坐标为$(\frac{2}{7}，0)$.

22..（1）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ （2）见解析

【解析】(Ⅰ)依题意，$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{1}{2},\\ \frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2.\end{cases}$解得 $a=2$，$b=\sqrt{3}$，$c=1$，

故椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(Ⅱ)因为 $e=\frac{1}{2}$，故 $a=2c$，$b=\sqrt{3}c$，

$\therefore$椭圆 C：$3x^2+4y^2=12c^2$，

将直线 l 的方程为 $y=x-c$ 代入椭圆方程并整理，得 $7x^2-8cx-8c^2=0$，

设 $M(x_1，y_1)$，$N(x_2，y_2)$，则有 $x_1+x_2=\frac{8c}{7}$，$x_1\cdot x_2=-\frac{8c^2}{7}$，可知 B 的坐标为$(4c,3c)$，

A 的坐标为$(c，\frac{3}{2}c)$，故 $k_{AM}+k_{AN}=\frac{y_1-\frac{3}{2}c}{x_1-c}+\frac{y_2-\frac{3}{2}c}{x_2-c}=\frac{2x_1x_2-\frac{7}{2}c(x_1+x_2)+5c^2}{x_1x_2-c(x_1+x_2)+c^2}$，

将 $x_1+x_2=\frac{8c}{7}$，$x_1\cdot x_2=-\frac{8c^2}{7}$代入可得，$k_{AM}+k_{AN}=1$，$k_{AB}=\frac{3c-\frac{3}{2}c}{4c-c}=\frac{1}{2}$,

$\therefore k_{AB}=\frac{k_{AM}+k_{AN}}{2}$.