高二数学寒假作业3答案（文科）

一、选择题：

BABCB　　CDBAD　　AC

二、填空题：

13. **15**　　　　　　**14.** **120°**

15. $x^2-\frac{y^2}{8}=1$　　　　16. $-1\le m\le 0$

三、解答题：

17.解：(1)设等差数列{a_n}的公差为 d，

由题意，得$\begin{cases}2a_1+d=6a_1+15d,\\ a_1+3d=1,\end{cases}$即$\begin{cases}2a_1+7d=0,\\ a_1+3d=1,\end{cases}$　　**………………3分**

解得，$d=-2$，$a_1=7$所以，$a_5=a_1+4d=7+4\times(-2)=-1.$　　**……………6分**

(2)设等比数列{a_n}的公比为 q，

由题意，得$\begin{cases}a_1q(q^2-1)=24,\\ a_1q(1+q)=6,\end{cases}$　　**………………………………9分**

解得，$q=5$，$a_1=\frac{1}{5}$　　……………………………………12分

18. 解：（1）由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$a=\sqrt{2}b$，联立$\begin{cases}a=\sqrt{2}b\\ a-b=\sqrt{2}-1\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\sqrt{2}\\ b=1\end{cases}$

（2）∵ A, B 为锐角，$\cos A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos B=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\therefore\ \cos C=-\cos(A+B)=-\cos A\cos B+\sin A\sin B=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ C=135^\circ$

$\therefore\ c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=5$

$\therefore\ c=\sqrt{5}$

19. （1）$a_1=S_1=1^2-48\times1=-47$,

当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-48n-[(n-1)^2-48(n-1)]$

$=2n-49$，a_1 也适合上式，

$\therefore a_n=2n-49\ (n\in N_+)$.

（2）$a_1=-49$，$d=2$，所以 S_n 有最小值，

由 $\begin{cases} a_n=2n-49\le 0 \\ a_{n+1}=2(n+1)-49>0 \end{cases}$，得 $23\frac{1}{2}<n\le 24\frac{1}{2}$，又 $n\in N^+$，

$\therefore n=24$，即 S_n 最小，

$S_{24}=24\times(-47)+\frac{24\times23}{2}\times2=-576$，

或：由 $S_n=n^2-48n=(n-24)^2-576$，

$\therefore$ 当 $n=24$ 时，S_n 取得最小值 -576.

20. 解：原不等式即为 $(x-a)[x-(1-a)]>0$，

因为 $a-(1-a)=2a-1$，所以，

当 $0\leqslant a<\frac{1}{2}$ 时，$a<1-a$，所以原不等式的解集为 $\{x\mid x>1-a$ 或 $x<a\}$；……3 分

当 $\frac{1}{2}<a\leqslant1$ 时，$a>1-a$，所以原不等式的解集为 $\{x\mid x>a$ 或 $x<1-a\}$；……6 分

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，原不等式即为 $(x-\frac{1}{2})^2>0$，所以不等式的解集为 $\{x\mid x\neq\frac{1}{2},x\in\mathrm{R}\}$. …9 分

综上知，当 $0\leqslant a<\frac{1}{2}$ 时，原不等式的解集为 $\{x\mid x>1-a$ 或 $x<a\}$；

当 $\frac{1}{2}<a\leqslant1$ 时，所以原不等式的解集为 $\{x\mid x>a$ 或 $x<1-a\}$；

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，原不等式的解集为 $\{x\mid x\neq\frac{1}{2},x\in\mathrm{R}\}$. ………………12 分

21. 1）$f(x)_{\min}=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{e}{2}+\ln2$；（2）$(-\infty,2]$.

（1）$a=0$ 时，$f(x)=xe^{2x}-\ln x$

$\therefore f'(x)=(2x+1)e^{2x}-\frac{1}{x}$，　$f''(x)=(4x+4)e^{2x}+\frac{1}{x^2}>0$，

$\therefore$ 函数 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，

又∵， $f'\left(\frac{1}{2}\right)=2e-2>0$， ∴当 $x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ 时， $f'(x)>0$，

即函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 上递增， ∴ $f(x)_{\min}=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{e}{2}+\ln 2$

（2） $f'(x)=(2x+1)e^{2x}-\frac{1}{x}-a$，

由（1）知函数 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，且 $\exists x_0>0$，使得 $f'(x_0)=0$，

进而函数 $f(x)$ 在区间 $(0,x_0)$ 上递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上递增，

$f(x)_{\min}=f(x_0)=x_0e^{2x_0}-\ln x_0-ax_0$，

由 $f'(x_0)=0$，得： $(2x_0+1)e^{2x_0}-\frac{1}{x_0}-a=0$，

$\therefore ax_0=(2x_0^2+x_0)e^{2x_0}-1$，

$\therefore f(x_0)=1-\ln x_0-2x_0^2e^{2x_0}$，

$\because \forall x>0$，不等式 $f(x)\geq 1$ 恒成立，

$\therefore 1-\ln x_0-2x_0^2e^{2x_0}\geq 1$， $\therefore \ln x_0+2x_0^2e^{2x_0}\leq 0$，

设 $h(x_0)=\ln x_0+2x_0^2e^{2x_0}$，则 $h(x_0)$ 为增函数，且有唯一零点，设为 t，

则 $h(t)=\ln t+2t^2e^{2t}=0$，则 $-\ln t=2t^2e^{2t}$，即 $\frac{1}{t}\ln\frac{1}{t}=2te^{2t}$，

令 $g(x)=xe^x$，则 $g(x)$ 单调递增，且 $g(2t)=g\left(\ln\frac{1}{t}\right)$，

则 $2t=\ln\frac{1}{t}$，即 $e^{2t}=\frac{1}{t}$，

$\because a=(2x_0+1)e^{2x_0}-\frac{1}{x_0}$ 在 $(0,t]$ 为增函数，

则当 $x_0=t$ 时， a 有最大值， $a_{\max}=(2t+1)e^{2t}-\frac{1}{t}=(2t+1)\frac{1}{t}-\frac{1}{t}=2$，

$\therefore a \leq 2$，　$\therefore a$ 的取值范围$\left(-\infty, 2\right]$.

22. 解：(1) $\because\ a_{n+1} = 2a_n + 1 (n \in N^*)$

得 $a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)(n \in N^*)$

$\therefore \dfrac{a_{n+1} + 1}{a_n + 1} = 2 \ (n \in N^*)$

$\therefore$ 数列$\{a_n + 1\}$成等比数列.

(2)由（1）知，$\{a_n + 1\}$是以$a_1 + 1$=2 为首项，以 2 为公比的等比数列

$\therefore a_n + 1 = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$　　$\therefore a_n = 2^n - 1$

（3）$\because\ \mathrm{b}_n = n$　　$\therefore a_n \cdot b_n = n(2^n - 1)$

$\therefore T_{\mathrm{n}} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \cdots a_n b_n$

$= 1(2^1 - 1) + 2(2^2 - 1) + 3(2^3 - 1) + \cdots n(2^n - 1)$

$=(1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots \mathrm{n} \cdot 2^n) - (1 + 2 + 3 + \cdots + n)$

令 $S_{\mathrm{n}} = 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots \mathrm{n} \cdot 2^n$

$2S_{\mathrm{n}} = 1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + \cdots \mathrm{n} \cdot 2^{n+1}$

两式相减 $- S_{\mathrm{n}} = 1 \cdot 2^1 + 2^2 + 2^3 + \cdots 2^n - n \cdot 2^{n+1}$

$S_n = 2^{n+1}(n-1) + 2$

$\therefore T_n = 2^{n+1}(n-1) + 2 - \dfrac{n(n+1)}{2}$