

2017 年秋高二数学（文一）寒假作业答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

13. 14. 15. 16.

17. 解：由 $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$ ，得 $1 - m \leq x \leq 1 + m (m > 0)$ ，

$\therefore \neg q$ 即 $A = \{x \mid x < 1 - m, \text{ 或 } x > 1 + m (m > 0)\}$ ；

由 $\begin{cases} \lg |x| \leq 1 \\ 2^{x+2} \geq 1 \end{cases}$ 得 $-2 \leq x \leq 10$ 且 $x \neq 0$ ， $\therefore \neg p$ 即 $B = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x = 0 \text{ 或 } x > 10\}$ ，

$\therefore \neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件，且 $m > 0$ 。

$\therefore A \subsetneq B$ ，故 $\begin{cases} 1 - m \leq -2, \\ 1 + m \geq 10, \text{ 且不等式组中的第一、二两个不等式不能同时取等号,} \\ m > 0, \end{cases}$

解得 $m \geq 9$ 为所求.

18.

解：(I) 从身高低于 1.80 的同学中任选 2 人，其一切可能的结果组成的基本事件有：

$(A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, D), (C, D)$ ，共 6 个。

由于每个人被选到的机会均等，因此这些基本事件的出现是等可能的。

选到的 2 人身高都在 1.78 以下的事件有： $(A, B), (A, C), (B, C)$ ，共 3 个。

因此选到的 2 人身高都在 1.78 以下的概率为 $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

(II) 从该小组同学中任选 2 人，其一切可能的结果组成的基本事件有： (A, B) ，

$(A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E)$ ，

(D, E) ，共 10 个。

由于每个人被选到的机会均等，因此这些基本事件的出现是等可能的。

选到的 2 人身高都在 1.70 以上且体重指标都在 $[18.5, 23.9)$ 中的事件有：

$(C, D), (C, E), (D, E)$ ，共 3 个。

因此选到的 2 人的身高都在 1.70 以上且体重指标都在 $[18.5, 23.9)$ 中的概率为

$$P_1 = \frac{3}{10}.$$

19.解：设焦点在 x 轴上的椭圆方程为 _____ ， 双曲线方程为 _____ ， 由已知得

$$\begin{cases} c = \sqrt{13} \\ a - m = 4 \\ \frac{c}{a} : \frac{c}{m} = 3 : 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \sqrt{13} \\ a = 7 \\ m = 3 \end{cases}$$

∴椭圆方程为 _____ ， 若焦点在 y 轴上，同样可得方程为 _____

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1, \quad \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1.$$

20. 解： $f'(x) = \frac{1}{4}x^2 + (a+1)x + (4a+1)$. (I) ∵ $f'(x)$ 是偶函数， ∴ $a = -1$.

此时 $f(x) = \frac{1}{12}x^3 - 3x$, $f'(x) = \frac{1}{4}x^2 - 3$, 令 $f'(x) = 0$, 解得： $x = \pm 2\sqrt{3}$.

列表如下：

x	$(-\infty, -2\sqrt{3})$	$-2\sqrt{3}$	$(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$	$2\sqrt{3}$	$(2\sqrt{3}, +\infty)$,
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	递增	极大值	递减	极小值	递增

可知： $f(x)$ 的极大值为 $f(-2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$, $f(x)$ 的极小值为 $f(2\sqrt{3}) = -4\sqrt{3}$.

(II) ∵ $f'(x) = \frac{1}{4}x^2 + (a+1)x + (4a+1)$, 令 $\Delta = (a+1)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (4a+1) = a^2 - 2a \leq 0$,

解得： $0 \leq a \leq 2$. 这时 $f'(x) \geq 0$ 恒成立， ∴ 函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为单调递增函数.

综上， a 的取值范围是 $\{a | 0 \leq a \leq 2\}$.

21. 解： $f'(x) = 3x^2 + 6ax + 3b$, 由该函数在 $x = 2$ 处有极值，

故 $f'(2) = 0$, 即 $12 + 12a + 3b = 0$ ①

又其图象在 $x = 1$ 处的切线与直线 $6x + 2y + 5 = 0$ 平行

故 $f'(1) = -3$ ，即 $3 + 6a + 3b = -3 \dots\dots\dots ②$

由①，②，解得 $a = -1, b = 0$ 所以 $f(x) = x^3 - 3x^2 + c$ ， $f'(x) = 3x^2 - 6x$

①令 $f'(x) > 0$ ，解得 $x < 0$ 或 $x > 2$ ；令 $f'(x) < 0$ ，解得 $0 < x < 2$

故该函数的单调递增区间为 $(-\infty, 0)$ 和 $(2, +\infty)$ ，而递减区间为 $(0, 2)$

②结合①的结果可有如下表格：

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	极大值	↓	极小值	↑

于是，当 $x = 0$ 时， $f(x)$ 有极大值为 c ；当 $x = 2$ 时， $f(x)$ 有极小值为 $c - 4$

故函数的极大值与极小值的差为 4

③当 $x \in [1, 3]$ 时， $f(x) > 1 - 4c^2$ ，则 $f(x)$ 在区间 $[1, 3]$ 上的最小值大于 $1 - 4c^2$

结合②的结果， $f(x)$ 在区间 $[1, 3]$ 上的最小值为 $c - 4$

故 $c - 4 > 1 - 4c^2$ ，解得 $c < -\frac{5}{4}$ 或 $c > 1$

22. 【解】(I) 设双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$.

由已知 $\angle AF_1F_2 = 30^\circ$ ， $\angle AF_2F_1 = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle AF_2F_1$ 中， $|AF_1| = \frac{|F_1F_2|}{\cos 30^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}c$ ， $|AF_2| = |F_1F_2| \tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}c$.

因为 $|AF_1| - |AF_2| = 2a$ ，所以 $\frac{4\sqrt{3}}{3}c - \frac{2\sqrt{3}}{3}c = 2a$ ，即 $\frac{\sqrt{3}}{3}c = a$ ，所以 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{3}$.

(II) 因为 $c = \sqrt{3}a$ ，所以 $b^2 = c^2 - a^2 = 2a^2$ ，从而双曲线方程化为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{2a^2} = 1$ ，

$$\text{即 } 2x^2 - y^2 = 2a^2.$$

因为右焦点为 $F_2(\sqrt{3}a, 0)$ ，则直线 l 的方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + \sqrt{3}a)$. 代入双曲线方程，得

$$2x^2 - \frac{1}{3}(x + \sqrt{3}a)^2 = 2a^2, \text{ 即 } 5x^2 - 2\sqrt{3}ax - 9a^2 = 0.$$

$$\text{设点 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), \text{ 则 } x_1 + x_2 = \frac{2\sqrt{3}}{5}a, x_1x_2 = -\frac{9}{5}a^2.$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } |AB| &= |x_1 - x_2| \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{3}} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12a^2}{25} + \frac{36a^2}{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{8\sqrt{3}a}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{16a}{5}. \end{aligned}$$

因为 $|AB|=16$ ，所以 $a=5$ ，从而 $b^2 = 2a^2 = 50$. 故双曲线方程是 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{50} = 1$.