

2017 秋-2018 春 高二寒假作业理科数学（五）参考答案

1. B 【解析】由题意可知 $M \cap N = \{-1, 0, 1\}$

2. A 【解析】∵某校高一（1）班有男、女学生共 50 人，其中男生 20 人

∴男女生的比例为 $20:30 = 2:3$,

∴用分层抽样的方法，从该班学生中随机选取 15 人参加某项活动

∴男生的人数为 $15 \times \frac{2}{2+3} = 6$ ，女生的人数为 $15 - 6 = 9$

3. A 【解析】由给出的折线图，A. 在 2014 年 7 月份为接待游客的最大值，后月有增有减，A 错误；

B. 由图像整体为向上，则年接待游客量逐年增加，正确。C. 分别看 2014, 2015, 2016 年份最大值都在 7 或 8 月，正确。D. 由图像观察，符合判断，正确。故选 A

【考点解读】本题考查了函数的图象的具体运用，体会函数图像的实际应用。为基础题。

4. A 【解析】由于圆心 $C(0, 0)$ 到直线 $\sqrt{3}x + \sqrt{3}y = 4$ 的距离为 $\frac{4}{\sqrt{3+3}} = \frac{2}{3}\sqrt{6} < r = 2$,

所以直线与圆相交

5. D 【解析】函数的周期为 $2k\pi$ ，当 $k = -1$ 时，周期 $T = -2\pi$ ，故 A 正确，

B. 当 $x = \frac{8\pi}{3}$ 时， $\cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{8\pi}{3} + \frac{\pi}{3}) = \cos 3\pi = -1$ 为最小值，此时

$y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{8\pi}{3}$ 对称，故 B 正确，C 当 $x = \frac{\pi}{6}$ 时， $f(\frac{\pi}{6} + \pi) = \cos$

$(\frac{\pi}{6} + \pi + \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{3\pi}{2} = 0$ ，则 $f(x + \pi)$ 的一个零点为 $x = \frac{\pi}{6}$ ，故 C 正确，

D. 当 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ 时， $\frac{5\pi}{6} < x + \frac{\pi}{3} < \frac{4\pi}{3}$ ，此时函数 $f(x)$ 不是单调函数，故 D 错误，

故选：D

6. B 【解析】 $S_{21} = 21a_{11} = 63$ ，所以 $a_{11} = 3$ ，

所以 $a_7 + a_{11} + a_{15} = 3a_{11} = 9$ ，故选 B。

7. D 【解析】易知，原图是三棱锥，所以 $V = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ ，故选 D。

8. D 【解析】A. 垂直于同一条直线的两条直线，可能是互相垂直的，比如墙角模型。故不正确。

B. 平行于同一个平面的两条直线可以是平行的，垂直的，共面异面都有可能。故不正确。

C. 直线 b 有可能在平面 α 内。故不正确。

D.垂直于同一条直线的两个平面是平行的。正确。故答案为：D。

9. B【解析】 $\because A+B+C=\pi \therefore C=\pi-A-B \therefore \sin C=2\cos A\sin B \therefore \sin(A+B)$
 $=2\sin A\cos B \therefore \sin A\cos B+\cos A\sin B=2\sin A\cos B \therefore \sin(A-B)=0 \therefore A,$
 B 是 $\triangle ABC$ 的内角 $\therefore A=B \therefore \triangle ABC$ 的形状是等腰三角形

10. B【解析】模拟执行程序框图，可得 $x=1, y=2, z=2$ ，满足条件 $z < 20, x=2, y=2, z=4$ ；

满足条件 $z < 20, x=2, y=4, z=8$ ；满足条件 $z < 20, x=4, y=8, z=32$ ；不满足条件 $z < 20$ ，推出循环，输出 z 的值为 32，故选 B。

11. A【解析】 $\because MG=2GN$ ， M, N 分别是边 OA, CB 的中点，

$$\begin{aligned} \therefore \overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{OM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CN}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{OM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}) \\ &= \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}. \end{aligned}$$

12. D【解析】由 $\begin{cases} x=a \\ y=\frac{b}{a}x \end{cases}$ ，解得点 $A(a, b)$ ，又 $F(c, 0)$ ，则 AF 的中点坐标为 $(\frac{a+c}{2}, \frac{b}{2})$ ，

于是 $\frac{(a+c)^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4b^2} = 1, (a+c)^2 = 5a^2, c^2 + 2ac - 4a^2 = 0$ ，则 $e^2 + 2e - 4 = 0$ ，解得

$e = -1 + \sqrt{5}$ 或 $e = -1 - \sqrt{5}$ （舍去），故选 D。

13. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 2x_0 \leq 0$ 【解析】根据全称命题的否定的概念，可知 $\neg p$ 为 $\exists x_0 \in \mathbb{R}, 2x_0 \leq 0$ 。

14. 6【解析】由约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$ 作出可行域如图，联立 $\begin{cases} x=2 \\ x-y=4 \end{cases}$ ，解得 $A(2, -2)$ ，

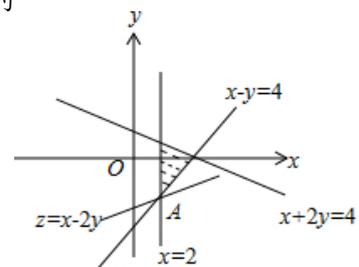
化目标函数 $z = x - 2y$ 为 $y = \frac{x}{2} - \frac{z}{2}$ ，

由图可知，当直线 $y = \frac{x}{2} - \frac{z}{2}$ ，过点 $A(2, -2)$ 时，直线在 y 轴上的

截距最小， z 有最大值为 6。

故答案为：6。

15. $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$



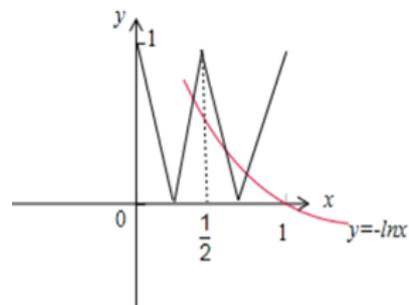
【解析】由题设有 $|2x-1| > 5$ ，解得 $x \in (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ ，填 $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ 。

16. 3 【解析】因为 $g(x) = \begin{cases} |4x-1| + \ln x & 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ |4x-3| + \ln x & \frac{1}{2} < x < 1 \end{cases}$ ， $g(x) = 0$ 可转化为： $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，

函数 $y = |4x-1|$ 与 $y = -\ln x$ 以及 $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ，函数 $y = |4x-3|$ 与 $y = -\ln x$ 交点的个数；作

出函数图象如图：

由函数图象可知零点个数为 3 个。



三、解答题

17. 解：(1) 由已知得 $\tan A = -\sqrt{3}$ ，所以 $A = \frac{2\pi}{3}$ 在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得

$$28 = 4 + c^2 - 4c \cos \frac{2\pi}{3}, \text{ 即 } c^2 + 2c - 24 = 0$$

解得 $c = -6$ (舍去)， $c = 4$

(2) 有题设可得 $\angle CAD = \frac{\pi}{2}$ ，所以 $\angle BAD = \angle BAC - \angle CAD = \frac{\pi}{6}$

故 $\triangle ABD$ 面积与 $\triangle ACD$ 面积的比值为 $\frac{\frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \frac{\pi}{6}}{\frac{1}{2} AC \cdot AD} = 1$

又 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \sin \angle BAC = 2\sqrt{3}$ ，所以 $\triangle ABD$ 的面积为 $\sqrt{3}$ 。

18. (1) 3, 2, 1; (2) $\frac{7}{10}$ 。

【解析】试题分析：(1) 先分别求出这 3 组的人数，再利用分层抽样的方法即可得出答案；

(2) 从 5 名志愿者中抽取 2 名志愿者有 10 种情况，其中第 4 组的 2 名志愿者 B_1, B_2 至少有一名志愿者被抽中有 7 种情况，再利用古典概型的概率计算公式即可得出。

试题解析：(1) 第3组的人数为 $0.3 \times 100 = 30$ ，第4组的人数为 $0.2 \times 100 = 20$ ，第5组的人数为 $0.1 \times 100 = 10$ 。

∵第3, 4, 5组共有60名志愿者

∴利用分层抽样的方法在60名志愿者中抽取6名志愿者，每组抽取的人数分别为：第3组：

$$\frac{30}{60} \times 6 = 3; \text{第4组: } \frac{20}{60} \times 6 = 2; \text{第5组: } \frac{10}{60} \times 6 = 1.$$

∴应从第3, 4, 5组中分别抽取3人, 2人, 1人

(2) 解：记第3组的3名志愿者为 A_1, A_2, A_3 ，第4组的2名志愿者为 B_1, B_2 ，

则从5名志愿者中抽取2名志愿者有： $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, B_1), (A_1, B_2),$

$(A_2, A_3), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (B_1, B_2)$ 共有10种。

其中第4组的2名志愿者 B_1, B_2 至少有一名志愿者被抽中的有： $(A_1, B_1), (A_1, B_2),$

$(A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (B_1, B_2)$ 共有7种

所以第4组至少有一名志愿者被抽中的概率为 $\frac{7}{10}$

19. 【解析】试题分析：(1) 对题设中的递推关系变形为 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{2}$ ，从而得到一个新的

等差数列 $\left\{ \frac{a_n}{2^n} \right\}$ ，其通项为 $\frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2}$ ，由此得 $a_n = n \cdot 2^{n-1}$ 。(2) 利用错位相减法求 S_n 。

解析：(1) 由 $a_{n+1} = 2a_n + 2^n (n \in N^*)$ ，等式两端同时除以 2^{n+1} 到

$$\therefore \frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{2}, \text{ 即 } \frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} - \frac{a_n}{2^n} = \frac{1}{2},$$

(2) ∵ $\frac{a_1}{2^1} = \frac{1}{2}$ ，∴数列 $\left\{ \frac{a_n}{2^n} \right\}$ 是首项为 $\frac{1}{2}$ ，公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列，

$$\therefore \frac{a_n}{2^n} = \frac{1}{2} + (n-1) \frac{1}{2} = \frac{n}{2}, \therefore a_n = n \cdot 2^{n-1}, \therefore \text{数列 } \{a_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项和:}$$

$$S_n = 1 \cdot 2^0 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^{n-1}$$

$$2S_n = 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n$$

② - ①, 得:

$$S_n = -(2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}) + n \cdot 2^n, \text{ 即 } S_n = 1 + (n-1)2^n.$$

20. (1) 试题分析：(1) 由中位线定理易得 $OF \parallel DE$ ，即可证得结论；

(2) 由 $EC \perp BD$ ， $AC \perp BD$ 易得 $BD \perp$ 平面 ACE ，进而可证得结论；

(3) 利用中位线定理得: $FG \perp$ 底面 $ABCD$, 利用 $V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \times FG$ 求体积即可.

试题解析:

(1) 连接 OF , 由 $ABCD$ 是正方形可知, 点 O 为 BD 中点, 又 F 为 BE 的中点,

$\therefore OF \parallel DE$.

又 $OF \subset$ 面 ACF , $DE \not\subset$ 平面 $ACF \therefore DE \parallel$ 平面 ACF

(2) 由 $EC \perp$ 底面 $ABCD$, $BD \subset$ 底面 $ABCD$, $\therefore EC \perp BD$, 由 $ABCD$ 是正方形可知, $AC \perp BD$, 又 $AC \cap EC = C$, $AC, EC \subset$ 平面 ACE , $\therefore BD \perp$ 平面 ACE , 又 $AE \subset$ 平面 ACE , $\therefore BD \perp AE$

(3) 取 BC 中 G , 连结 FG , 在四棱锥 $E-ABCD$ 中, $EC \perp$ 底面 $ABCD$,

$\therefore FG$ 是 $\triangle BCE$ 的中位线, $\therefore FG \perp$ 底面 $ABCD$

$\therefore AB = \sqrt{2}CE = 4$, $\therefore FG = \frac{1}{2}EC = \sqrt{2}$,

$\therefore V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \times FG = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 16 \times \sqrt{2} = \frac{8}{3} \sqrt{2}$.

21.14. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ (2) 直线过定点 $(\frac{2}{7}, 0)$

【解析】试题分析: (I) 由 $e = \frac{1}{2}$ 可得 $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}$, 利用 $a^2 = b^2 + c^2$, 把点 $(1, \frac{3}{2})$ 代入椭圆

方程, 即可得出椭圆 C 的标准方程; (II) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 联立 $\begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$, 得

到根与系数的关系, 利用 $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$, 得到 $k_{AD} \cdot k_{BD} = -1$, 即可得出结论.

试题解析: (I) 由题意椭圆的离心率 $e = \frac{1}{2}$.

$\therefore \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$

$\therefore a = 2c$

$\therefore b^2 = a^2 - c^2 = 3c^2 \therefore$ 椭圆方程为 $\frac{x^2}{4c^2} + \frac{y^2}{3c^2} = 1$ 又 \because 点 $(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆上 $\therefore \frac{1}{4c^2} + \frac{(\frac{3}{2})^2}{3c^2} = 1$

$\therefore c^2 = 1 \therefore$ 椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

(II) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 由 $\begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2 + 8mkx + 4(m^2-3) = 0$,

$$\Delta = 64m^2k^2 - 16(3+4k^2)(m^2-3) > 0, 3+4k^2 - m^2 > 0, \text{ 则 } x_1+x_2 = -\frac{8mk}{3+4k^2}, x_1x_2 = \frac{4(m^2-3)}{3+4k^2}$$

$$\therefore y_1y_2 = (kx_1+m)(kx_2+m) = k^2x_1x_2 + mk(x_1+x_2) + m^2 = \frac{3(m^2-4k^2)}{3+4k^2}$$

$\therefore DA \cdot DB = 0 \therefore k_{AD} \cdot k_{BD} = -1$ 又 \because 椭圆的右顶点 $D(2,0)$,

$$\therefore \frac{y_1}{x_1-2} \cdot \frac{y_2}{x_2-2} = -1, \text{ 则 } y_1y_2 + x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 4 = 0$$

$$\frac{3(m^2-4k^2)}{3+4k^2} + \frac{4(m^2-3)}{3+4k^2} + \frac{16mk}{3+4k^2} + 4 = 0, 7m^2 + 16mk + 4k^2 = 0, \text{ 解得}$$

$$m_1 = -2k, m_2 = -\frac{2k}{7}, \text{ 且满足 } 3+4k^2 - m^2 > 0$$

当 $m = -2k$ 时, $l: y = k(x-2)$, 直线过定点 $(2,0)$ 与已知矛盾;

当 $m = -\frac{2k}{7}$ 时, $l: y = k(x - \frac{2}{7})$, 直线过定点 $(\frac{2}{7}, 0)$.

综上所述, 直线 l 过定点, 定点坐标为 $(\frac{2}{7}, 0)$.

22.. (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ (2) 见解析

$$\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{a^2} + \frac{9}{4b^2} = 1 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$$

【解析】(I) 依题意, 解得 $a=2, b=\sqrt{3}, c=1$,

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

(II) 因为 $e = \frac{1}{2}$, 故 $a = 2c, b = \sqrt{3}c$,

$$\therefore \text{椭圆 } C: 3x^2 + 4y^2 = 12c^2,$$

将直线 l 的方程为 $y = x - c$ 代入椭圆方程并整理, 得 $7x^2 - 8cx - 8c^2 = 0$,

设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则有 $x_1+x_2 = \frac{8c}{7}, x_1x_2 = -\frac{8c^2}{7}$, 可知 B 的坐标为 $(4c, 3c)$,

$$A \text{ 的坐标为 } (c, \frac{3}{2}c), \text{ 故 } k_{AM} + k_{AN} = \frac{y_1 - \frac{3}{2}c}{x_1 - c} + \frac{y_2 - \frac{3}{2}c}{x_2 - c} = \frac{2x_1x_2 - \frac{7}{2}c(x_1+x_2) + 5c^2}{x_1x_2 - c(x_1+x_2) + c^2},$$

将 $x_1 + x_2 = \frac{8c}{7}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{8c^2}{7}$ 代入可得, $k_{AM} + k_{AN} = 1$, $k_{AB} = \frac{3c - \frac{3}{2}c}{4c - c} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore k_{AB} = \frac{k_{AM} + k_{AN}}{2}.$$