高二数学寒假作业3答案（理科）

一、选择题：

BABCB　　CDBAD　　AC

二、填空题：

13. <u>**15**</u>　　　　**14.** <u>**120°**</u>

15. $x^2-\frac{y^2}{8}=1$　　　　16. $\underline{-1\le m\le 0}$

三、解答题：

17.解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，

由题意，得$\begin{cases}2a_1+d=6a_1+15d,\\ a_1+3d=1,\end{cases}$ 即$\begin{cases}2a_1+7d=0,\\ a_1+3d=1,\end{cases}$ ………………**3分**

解得，$d=-2$, $a_1=7$所以，$a_5=a_1+4d=7+4\times(-2)=-1.$ ……………**6分**

(2)设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，

由题意，得$\begin{cases}a_1q(q^2-1)=24,\\ a_1q(1+q)=6,\end{cases}$ ………………………………**9分**

解得，$q=5$, $a_1=\frac{1}{5}$ ………………………………………12分

18. 解：（1）由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$得$a=\sqrt{2}b$，联立$\begin{cases}a=\sqrt{2}b\\ a-b=\sqrt{2}-1\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\sqrt{2}\\ b=1\end{cases}$

（2）∵A, B为锐角，$\cos A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos B=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \cos C=-\cos(A+B)=-\cos A\cos B+\sin A\sin B=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore C=135^\circ$

$\therefore c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=5$

$\therefore c=\sqrt{5}$

19. (1)$a_1=S_1=1^2-48\times1=-47$,

当 n≥2 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-48n-[(n-1)^2-48(n-1)]$

$=2n-49$，a_1 也适合上式，

∴$a_n=2n-49$ $(n\in N_+)$.

(2) $a_1=-49$，$d=2$，所以 S_n 有最小值，

由$\begin{cases} a_n=2n-49\le 0 \\ a_{n+1}=2(n+1)-49>0 \end{cases}$，得 $23\frac{1}{2}<n\le 24\frac{1}{2}$，又 $n\in N^+$，

∴ n=24，即 S_n 最小，

$S_{24}=24\times(-47)+\frac{24\times 23}{2}\times 2=-576$，

或：由 $S_n=n^2-48n=(n-24)^2-576$，

∴ 当 n=24时，S_n 取得最小值 −576.

20. 解：原不等式即为 $(x-a)[x-(1-a)]>0$，

因为 $a-(1-a)=2a-1$，所以，

当 **0**≤$a<\frac{1}{2}$ 时，$a<1-a$，所以原不等式的解集为 $\{x\mid x>1-a$ 或 $x<a\}$；……**3** 分

当 $\frac{1}{2}<a$ ≤**1** 时，$a>1-a$，所以原不等式的解集为 $\{x\mid x>a$ 或 $x<1-a\}$；……**6** 分

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，原不等式即为 $(x-\frac{1}{2})^2>0$，所以不等式的解集为 $\{x\mid x\ne\frac{1}{2},x\in \mathrm{R}\}$. …**9** 分

综上知，当 **0**≤$a<\frac{1}{2}$ 时，原不等式的解集为 $\{x\mid x>1-a$ 或 $x<a\}$；

当 $\frac{1}{2}<a$ ≤**1** 时，所以原不等式的解集为 $\{x\mid x>a$ 或 $x<1-a\}$；

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，原不等式的解集为 $\{x\mid x\ne\frac{1}{2},x\in \mathrm{R}\}$. ………………**12** 分

21. 试题解析：(1) 证明：取 AD 中点 E，连结 PE，BE

∵ $ABCD$ 为菱形，$\angle DAB=60°$

∴ ΔABD 为等边三角形

∴ $BE\perp AD$,

∵ ΔADP 为等边三角形

∴ $PE\perp AD$

∵ $PE\cap BE=E$

∴ $AD\perp$ 面 PBE

∵ $PB\subset$ 面 PBE

$\therefore AD \perp PB$

(2) $\because \Delta PAD, \Delta BAD$ 为等边三角形，边长为 2

$\therefore PE = BE = \sqrt{3}$

$\because PB = \sqrt{6}$

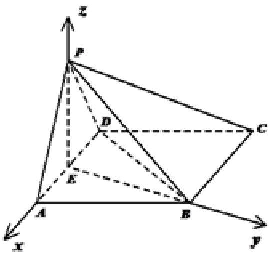
$\therefore PE^2 + BE^2 = PB^2$

$\therefore PE \perp EB$

$\because PE \perp AD, AD \cap BE = E$

$\therefore PE \perp$ 面 $ABCD$

如图，以 EA， EB， EP 为 x， y， z 轴建立空间直角坐标系



则 $P\left(0,0,\sqrt{3}\right), D\left(-1,0,0\right), B\left(0,\sqrt{3},0\right), C\left(-2,\sqrt{3},0\right)$

设平面 P (的法向量为 $\vec{m} = \left(x, y, z\right)$，则

$\begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{PD} = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \end{cases}$，$\begin{cases} \left(x, y, z\right)?\left(-1, 0, -\sqrt{3}\right) = 0 \\ \left(x, y, z\right)?\left(-1, \sqrt{3}, 0\right) = 0 \end{cases}$，$\begin{cases} -x - \sqrt{3}z = 0 \\ -x + \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$

取 $z = 1$，则 $x = -\sqrt{3}, y = -1, \vec{m} = \left(-\sqrt{3}, -1, 1\right)$

设平面 PCB 的法向量为 $\vec{n} = \left(a, b, c\right)$

$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{PB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases}$，$\begin{cases} \left(a, b, c\right)?\left(0, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\right) = 0 \\ \left(a, b, c\right)?\left(-2, 0, 0\right) = 0 \end{cases}$，$\begin{cases} \sqrt{3}b - \sqrt{3}c = 0 \\ -2a = 0 \end{cases}$

取 $c=-1$，则 $a=0,b=-1,\vec{n}=\left(0,-1,-1\right)$ 设二面角 $D-PC-B$ 的平面角为 θ

$\therefore \cos\theta=\cos\left\langle \vec{m},\vec{n}\right\rangle=\dfrac{\vec{m}\ \vec{n}}{\left|\vec{m}\right|\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left(-\sqrt{3},-1,1\right)?\left(0,-1,-1\right)}{\left|\left(-\sqrt{3},-1,1\right)\right|\left|\left(0,-1,-1\right)\right|}=0$，则二面角 $D-PC-B$ 的余弦

22. 解：（1）$\because a_{n+1}=2a_n+1(n\in N^*)$

得 $a_{n+1}+1=2(a_n+1)(n\in N^*)$

$\therefore \dfrac{a_{n+1}+1}{a_n+1}=2\ \ (n\in N^*)$

$\therefore$ 数列 $\{a_n+1\}$ 成等比数列.

(2)由（1）知，$\{a_n+1\}$ 是以 a_1+1=2 为首项，以 2 为公比的等比数列

$\therefore a_n+1=2\cdot 2^{\text{n-1}}=2^n \qquad \therefore a_n=2^n-1$

（3）$\because \mathrm{b}_n=n \qquad \therefore a_n\cdot b_n=n(2^n-1)$

$\therefore T_{\mathrm{n}}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\cdots a_nb_n$

$=1(2^1-1)+2(2^2-1)+3(2^3-1)+\cdots n(2^n-1)$

$=(1\cdot 2^1+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots \mathrm{n}\cdot 2^n)-(1+2+3+\cdots+n)$

令 $S_{\mathrm{n}}=1\cdot 2^1+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots \mathrm{n}\cdot 2^n$

$2S_{\mathrm{n}}=1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+3\cdot 2^4+\cdots \mathrm{n}\cdot 2^{n+1}$

两式相减 $-S_{\mathrm{n}}=1\cdot 2^1+2^2+2^3+\cdots 2^n-n\cdot 2^{n+1}$

$S_n=2^{n+1}(n-1)+2$

$\therefore T_n=2^{n+1}(n-1)+2-\dfrac{n(n+1)}{2}$