

2017 年秋高二数学（理一）寒假作业答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

13. 14. 15. 16.

17. 解：由 $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$ ，得 $1 - m \leq x \leq 1 + m (m > 0)$ ，

$\therefore \neg q$ 即 $A = \{x \mid x < 1 - m, \text{ 或 } x > 1 + m (m > 0)\}$ ；

由 $\begin{cases} \lg |x| \leq 1 \\ 2^{x+2} \geq 1 \end{cases}$ 得 $-2 \leq x \leq 10$ 且 $x \neq 0$ ， $\therefore \neg p$ 即 $B = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x = 0 \text{ 或 } x > 10\}$ ，

$\therefore \neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件，且 $m > 0$ 。

$\therefore A \subsetneq B$ ，故 $\begin{cases} 1 - m \leq -2, \\ 1 + m \geq 10, \text{ 且不等式组中的第一、二两个不等式不能同时取等号,} \\ m > 0, \end{cases}$

解得 $m \geq 9$ 为所求.

18.

解：(I) 从身高低于 1.80 的同学中任选 2 人，其一切可能的结果组成的基本事件有：

$(A, B), (A, C), (A, D), (B, C), (B, D), (C, D)$ ，共 6 个。

由于每个人被选到的机会均等，因此这些基本事件的出现是等可能的。

选到的 2 人身高都在 1.78 以下的事件有： $(A, B), (A, C), (B, C)$ ，共 3 个。

因此选到的 2 人身高都在 1.78 以下的概率为 $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

(II) 从该小组同学中任选 2 人，其一切可能的结果组成的基本事件有： (A, B) ，

$(A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E)$ ，

(D, E) ，共 10 个。

由于每个人被选到的机会均等，因此这些基本事件的出现是等可能的。

选到的 2 人身高都在 1.70 以上且体重指标都在 $[18.5, 23.9)$ 中的事件有：

$(C, D), (C, E), (D, E)$ ，共 3 个。

因此选到的 2 人的身高都在 1.70 以上且体重指标都在 $[18.5, 23.9)$ 中的概率为

$$P_1 = \frac{3}{10}.$$

19.解：设焦点在 x 轴上的椭圆方程为 _____ ，双曲线方程为 _____ ，由已知得

$$\begin{cases} c = \sqrt{13} \\ a - m = 4 \\ \frac{c}{a} : \frac{c}{m} = 3 : 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = \sqrt{13} \\ a = 7 \\ m = 3 \end{cases}$$

∴椭圆方程为 _____ ，若焦点在 y 轴上，同样可得方程为 _____

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{36} = 1, \quad \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1.$$

20. 【解析】：(I) 连结 BC_1 ，交 B_1C 于 O，连结 AO. 因为侧面 BB_1C_1C 为菱形，所以 $B_1C \perp BC_1$

，且 O 为 B_1C 与 BC_1 的中点. 又 $AB \perp B_1C$ ，所以 $B_1C \perp$ 平面 ABO ，故 $B_1C \perp AO$

又 $B_1O = CO$ ，故

$AO \perp B_1C$ 6 分

(II) 因为 $AC \perp AB_1$ 且 O 为 B_1C 的中点，所以 $AO=CO$

又因为 $AB=BC$ ，所以 $\triangle BOA \cong \triangle BOC$

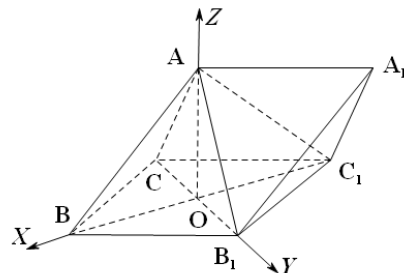
故 $OA \perp OB$ ，从而 OA，OB， OB_1 两两互相垂直.

以 O 为坐标原点，OB 的方向为 x 轴正方向，OB 为单位长，

建立如图所示空间直角坐标系 O-xyz. 因为 $\angle CBB_1 = 60^\circ$ ，所以 $\triangle CBB_1$ 为等边三角形. 又

$$AB=BC, \text{ 则 } A\left(0, 0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right), B(1, 0, 0), B_1\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right), C\left(0, -\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$$

$$\overrightarrow{AB_1} = \left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} = \left(1, 0, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BC} = \left(-1, -\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$$



设 $\vec{n} = (x, y, z)$ 是平面的法向量, 则 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AB_1} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{A_1B_1} = 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{3}y - \frac{\sqrt{3}}{3}z = 0 \\ x - \frac{\sqrt{3}}{3}z = 0 \end{cases}$ 所以可取 $\vec{n} = (1, \sqrt{3}, \sqrt{3})$

设 $\vec{m}$ 是平面的法向量, 则 $\begin{cases} \vec{m} \cdot \vec{A_1B_1} = 0 \\ \vec{m} \cdot \vec{B_1C_1} = 0 \end{cases}$, 同理可取 $\vec{m} = (1, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

则 $\cos \langle \vec{n}, \vec{m} \rangle = \frac{\vec{n} \cdot \vec{m}}{|\vec{n}| |\vec{m}|} = \frac{1}{7}$, 所以二面角 $A - A_1B_1 - C_1$ 的余弦值为 $\frac{1}{7}$.

21. (1) 设 AC 的中点为 G, 连接 EG. 在三角形 PBD 中, 中位线 EG // PB, 且 EG 在平面 AEC 上, 所以 PB // 平面 AEC.

(2) 设 CD=m, 分别以 AD, AB, AP 为 X, Y, Z 轴建立坐标系, 则

$$A(0,0,0), D(\sqrt{3},0,0), E\left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{1}{2}\right), C(\sqrt{3},m,0).$$

$$\therefore \vec{AD} = (\sqrt{3},0,0), \vec{AE} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{1}{2}\right), \vec{AC} = (\sqrt{3},m,0).$$

设平面 ADE 法向量为 $\vec{n}_1 = (x_1, y_1, z_1)$, 则 $\vec{n}_1 \cdot \vec{AD} = 0, \vec{n}_1 \cdot \vec{AE} = 0$,

解得一个 $\vec{n}_1 = (0,1,0)$.

同理设平面 ACE 法向量为 $\vec{n}_2 = (x_2, y_2, z_2)$, 则 $\vec{n}_2 \cdot \vec{AC} = 0, \vec{n}_2 \cdot \vec{AE} = 0$,

解得一个 $\vec{n}_2 = (m, -\sqrt{3}, -\sqrt{3}m)$.

$$\therefore \cos \frac{\pi}{3} = |\cos \langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{m^2 + 3 + 3m^2}} = \frac{1}{2}, \text{解得 } m = \frac{3}{2}.$$

设 F 为 AD 的中点, 则 $PA \parallel EF$, 且 $PA = \frac{EF}{2} = \frac{1}{2}, EF \perp \text{面 } ACD$,

$$\text{即为三棱锥 } E - ACD \text{ 的高 } \therefore V_{E-ACD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ACD} \cdot EF = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

所以, 三棱锥 $E - ACD$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

22. 【解】(I) 设双曲线方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$.

由已知 $\angle AF_1F_2 = 30^\circ$, $\angle AF_2F_1 = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle AF_2F_1$ 中, $|AF_1| = \frac{|F_1F_2|}{\cos 30^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}c$, $|AF_2| = |F_1F_2| \tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3}c$.

因为 $|AF_1| - |AF_2| = 2a$, 所以 $\frac{4\sqrt{3}}{3}c - \frac{2\sqrt{3}}{3}c = 2a$, 即 $\frac{\sqrt{3}}{3}c = a$, 所以 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{3}$.

(II) 因为 $c = \sqrt{3}a$, 所以 $b^2 = c^2 - a^2 = 2a^2$, 从而双曲线方程化为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{2a^2} = 1$,

$$\text{即 } 2x^2 - y^2 = 2a^2.$$

因为右焦点为 $F_2(\sqrt{3}a, 0)$, 则直线 l 的方程为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + \sqrt{3}a)$. 代入双曲线方程, 得

$$2x^2 - \frac{1}{3}(x + \sqrt{3}a)^2 = 2a^2, \text{ 即 } 5x^2 - 2\sqrt{3}ax - 9a^2 = 0.$$

设点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{2\sqrt{3}}{5}a$, $x_1x_2 = -\frac{9}{5}a^2$.

$$\begin{aligned} \text{所以 } |AB| &= |x_1 - x_2| \sqrt{1 + \frac{1}{3}} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{12a^2}{25} + \frac{36a^2}{5}} \sqrt{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{8\sqrt{3}a}{5} \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{16a}{5}. \end{aligned}$$

因为 $|AB| = 16$, 所以 $a = 5$, 从而 $b^2 = 2a^2 = 50$. 故双曲线方程是 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{50} = 1$.